

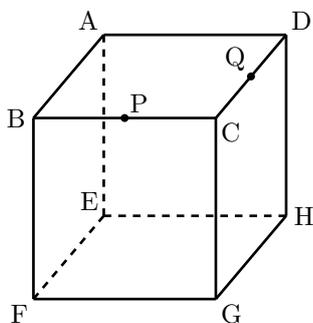
反射テスト 立体図形 展開図が正方形の三角すい 02

1. 1辺が6 cm の立方体 ABCD-EFGH が下図のようにある. 辺 BC , CD の中点をそれぞれ P, Q として, 3点 G, P, Q を通る平面でこの立方体を切断して, 体積が大きい方の立体を S とする. 次の問に答えよ.

(S 級 1 分 5 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

- (1) 立体 S の体積を求めよ.
(2) 立体 S の表面積を求めよ.

図

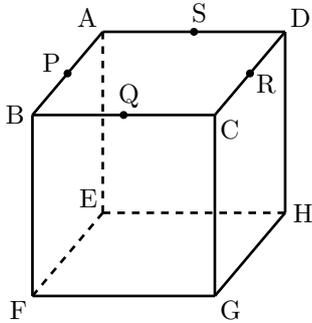


2. 1辺が4cmの立方体 ABCD-EFGH が下図のようにある. 辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする. 4つの面 PES, QFP, RGQ, SGR でこの立方体を切断して, 最も体積が大きい立体を S とする. 次の問に答えよ.

(S級1分45秒, A級3分, B級5分, C級7分)

- (1) 立体 S の体積を求めよ.
(2) 立体 S の表面積を求めよ.

図

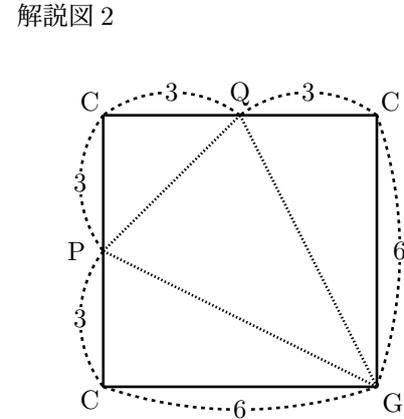
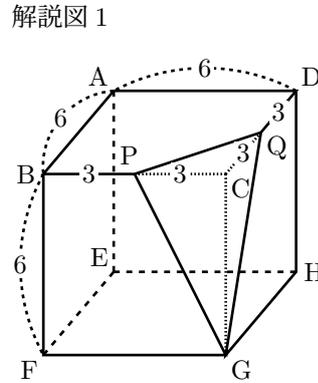
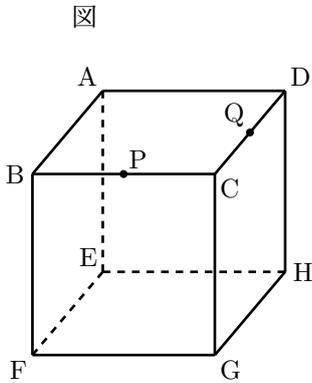


反射テスト 立体図形 展開図が正方形の三角すい 02 解答解説

1. 1辺が6cmの立方体 ABCD-EFGH が下図のようにある. 辺 BC, CD の中点をそれぞれ P, Q として, 3点 G, P, Q を通る平面でこの立方体を切断して, 体積が大きい方の立体を S とする. 次の問に答えよ.

(S 級 1分5秒, A 級 2分30秒, B 級 4分, C 級 6分)

- (1) 立体 S の体積を求めよ.
- (2) 立体 S の表面積を求めよ.



- (1) 解説図 1 のように, 立体 S は立方体から三角すい G-CQP をのぞいたもの.

$$\begin{aligned} \text{立体 } S &= \text{立方体 ABCD-EFGH} - \text{三角すい G-CQP} \\ &= 6 \times 6 \times 6 - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 207 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- (2) 切断面の面積は, 次の知識を知っている必要がある.

★ 1 : 1 : 2 の直角三角すいの展開図は正方形 .

この問題では, 直角三角すい G-CQP の, 3つの直角をもつ頂点 C からの辺の長さが 3cm, 3cm, 6cm である. 3 : 3 : 6 = 1 : 1 : 2 であり, この三角すいの展開図は, 解説図 2 のように正方形になる.

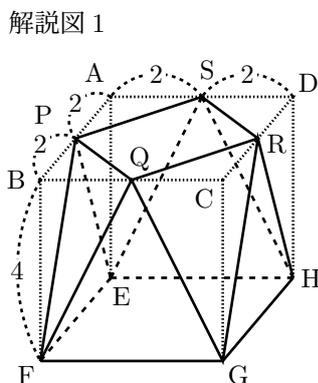
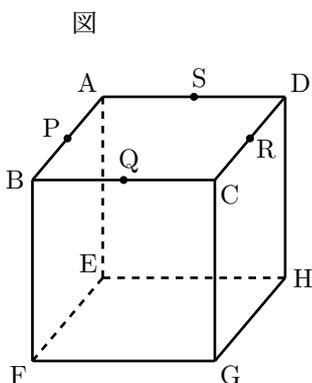
$$\begin{aligned} \text{切断面 GQP の面積} &= \text{正方形} - \text{直角三角形 3つ} \\ &= 6 \times 6 - \left(3 \times 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 2 \right) = 13.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{立体 } S \text{ の表面積} &= \text{正方形 3つ} + \text{台形 2つ} + \text{五角形} + \text{切断面 GQP} \\ &= 6 \times 6 \times 3 + (3+6) \times 6 \times \frac{1}{2} \times 2 + \left(6 \times 6 - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} \right) + 13.5 \\ &= 108 + 54 + 31.5 + 13.5 \\ &= 207 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

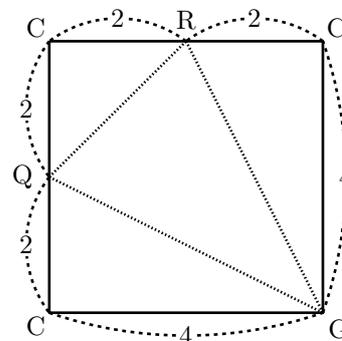
2. 1辺が4cmの立方体 ABCD-EFGH が下図のようにある. 辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする. 4つの面 PES, QFP, RGQ, SGR でこの立方体を切断して, 最も体積が大きい立体を S とする. 次の問に答えよ.

(S 級 1分45秒, A 級 3分, B 級 5分, C 級 7分)

- (1) 立体 S の体積を求めよ.
 (2) 立体 S の表面積を求めよ.



解説図 2



- (1) 切断したときにできる小さい三角すい4つは全て合同.
 解説図 1 のように, 立体 S は立方体から小さい三角すいを4つをのぞいたもの.

$$\begin{aligned} \text{立体 } S &= \text{立方体 ABCD-EFGH} - \text{三角すい } 4\text{つ} \\ &= 4 \times 4 \times 4 - 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3} \times 4 = 53\frac{1}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- (2) 切断面の面積は, 次の知識を知っている必要がある.
★ 1 : 1 : 2 の直角三角すいの展開図は正方形.
 この問題では, 直角三角すい G-CRQ の, 3つの直角をもつ頂点 C からの辺の長さが 2cm, 2cm, 4cm である.
 $2:2:4 = 1:1:2$ であり, この三角すいの展開図は, 解説図 2 のように正方形になる.

$$\begin{aligned} \text{切断面 GQP の面積} &= \text{正方形} - \text{直角三角形 } 3\text{つ} \\ &= 4 \times 4 - \left(2 \times 2 \times \frac{1}{2} + 2 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \right) = 6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{立体 } S \text{ の表面積} &= \text{大正方形 EFGH} + \text{小正方形 PQRS} + \text{側面の二等辺三角形 } 4\text{つ} + \text{切断面} \times 4 \\ &= 4 \times 4 + 4 \times 4 \times \frac{1}{2} + 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 + 6 \times 4 \\ &= 16 + 8 + 32 + 24 \\ &= 80 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$