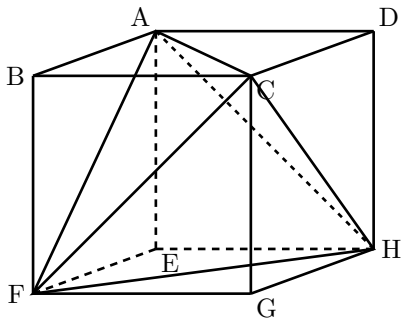


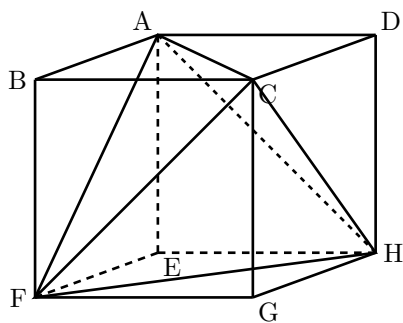
反射テスト 立体図形 正多面体 正四面体と立方体の関係 01

1. ABCDEFGH は立方体である. 指示されたものを求めよ. (*S* 級 45 秒, *A* 級 1 分 10 秒, *B* 級 1 分 40 秒, *C* 級 2 分 20 秒)



- (1) 三角すい ABCF は 立方体 ABCDEFGH の体積の何倍か.
- (2) 三角すい ACFH は 立方体 ABCDEFGH の体積の何倍か.
- (3) 立方体の一辺の長さが 2 cm のとき, 三角すい ACFH の体積.
- (4) 三角すい ACFH の体積が 72 cm^3 のとき, 立方体の一辺の長さ.

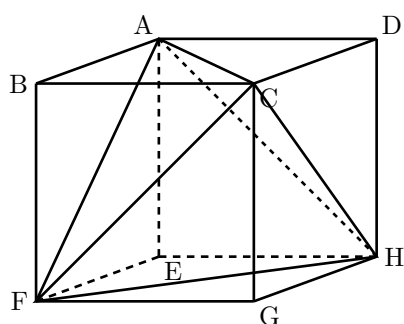
2. ABCDEFGH は立方体である. 指示されたものを求めよ. (*S* 級 55 秒, *A* 級 1 分 30 秒, *B* 級 2 分 10 秒, *C* 級 3 分)



- (1) 立方体 ABCDEFGH, 三角すい ABCF, 三角すい ACFH の体積比.
- (2) 立方体の一辺の長さが 3 cm のとき, 三角すい ACFH の体積.
- (3) 三角すい ACFH の体積が $21\frac{1}{3}\text{ cm}^3$ のとき, 立方体の一辺の長さ.
- (4) 三角すい CFGH と三角すい ACFH の体積の和が 108 cm^3 のとき, 立方体の一辺の長さ.

反射テスト 立体図形 正多面体 正四面体と立方体の関係 01 解答解説

1. ABCDEFGH は立方体である. 指示されたものを求めよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 40 秒, C 級 2 分 20 秒)



★ 正四面体と立方体の関連性

立方体 ABCDEFGH が左図のようにあるとき,
三角すい ACFH は ★正四面体 である.

三角すい ABCF, 三角すい ACDH, 三角すい AEFH, 三角すい CFGH は合同.
立方体の体積を 1 とすると, これら三角すいの体積は,
底面積が半分で高さが等しいから,

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

よって,

$$\begin{aligned} \text{正四面体の体積} &= \text{立方体} - \text{三角すい} \times 4 \\ &= 1 - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

三角すいの体積は立方体の $\frac{1}{6}$, ★正四面体の体積 は 立方体の $\frac{1}{3}$.

- (1) 三角すい ABCF は 立方体 ABCDEFGH の体積の何倍か.

立方体の一辺の長さを 1 とすると, 三角形 ABC の面積は $\frac{1}{2}$ だから,

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

- (2) 三角すい ACFH は 立方体 ABCDEFGH の体積の何倍か.

すみの三角すいは 4 つあるから, (1) より,

$$1 - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{1}{3}.$$

- (3) 立方体の一辺の長さが 2 cm のとき, 三角すい ACFH の体積.

立方体の体積は $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ cm}^3$.

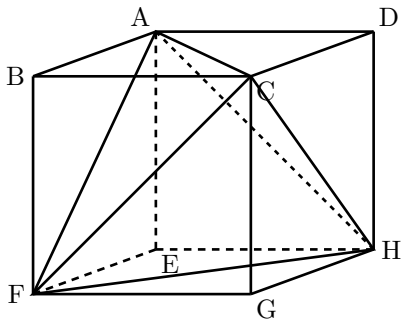
$$(2) \text{ から, 三角すい ACFH} = 8 \text{ cm}^3 \times \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ cm}^3.$$

- (4) 三角すい ACFH の体積が 72 cm^3 のとき, 立方体の一辺の長さ.

立方体の体積は (2) から, $72 \text{ cm}^3 \div \frac{1}{3} = 216 \text{ cm}^3$.

$216 = 6^3$ であるから, 立方体の一辺の長さは **6 cm**.

2. ABCDEFGH は立方体である。指示されたものを求めよ。(S 級 55 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 10 秒, C 級 3 分)



★ 正四面体と立方体の関連性

立方体 ABCDEFGH が左図のようにあるとき、
三角すい ACFH は **★正四面体** である。

三角すい ABCF, 三角すい ACDH, 三角すい AEFH, 三角すい CFGH は合同。
立方体の体積を 1 とすると、これら三角すいの体積は、
底面積が半分で高さが等しいから、

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{正四面体の体積} &= \text{立方体} - \text{三角すい} \times 4 \\ &= 1 - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

三角すいの体積は立方体の $\frac{1}{6}$, **★正四面体の体積** は立方体の $\frac{1}{3}$.

- (1) 立方体 ABCDEFGH, 三角すい ABCF, 三角すい ACFH の体積比.

$$1 : \frac{1}{6} : \frac{1}{3} = 6 : 1 : 2 .$$

- (2) 立方体の一辺の長さが 3 cm のとき, 三角すい ACFH の体積.

$$\text{立方体の体積は } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ cm}^3 .$$

$$(2) \text{ から, 三角すい ACFH} = 27 \text{ cm}^3 \times \frac{1}{3} = 9 \text{ cm}^3 .$$

- (3) 三角すい ACFH の体積が $21\frac{1}{3} \text{ cm}^3$ のとき, 立方体の一辺の長さ.

$$\text{立方体の体積は (1) から, } 21\frac{1}{3} \text{ cm}^3 \div \frac{1}{3} = 64 \text{ cm}^3 .$$

$$64 = 4^3 \text{ であるから, 立方体の一辺の長さは } 4 \text{ cm} .$$

- (4) 三角すい CFGH と三角すい ACFH の体積の和が 108 cm^3 のとき, 立方体の一辺の長さ.

立方体の体積と, 三角すい CFGH と三角すい ACFH の体積和の比は (1) から、

$$\begin{aligned} 6 : (1 + 2) &= 2 : 1 \text{ であるから, 立方体の体積は} \\ 108 \text{ cm}^3 \times 2 &= 216 \text{ cm}^3 . \end{aligned}$$

$$216 = 6^3 \text{ であるから, 立方体の一辺の長さは } 6 \text{ cm} .$$