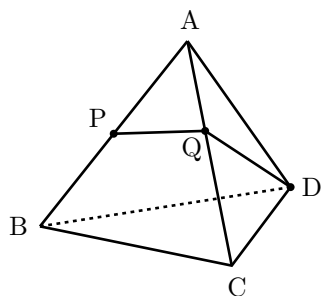


反射テスト 立体 正四面体 表面上の最短距離 01

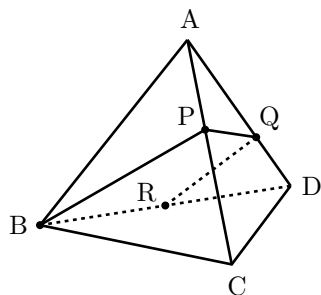
1. 一辺の長さが6の正四面体 ABCD がある. 指示された線分の長さの和の最短距離を求めよ.

(S 級 1 分 25 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

- (1) $PQ + QD$. ただし, P は辺 AB の中点.



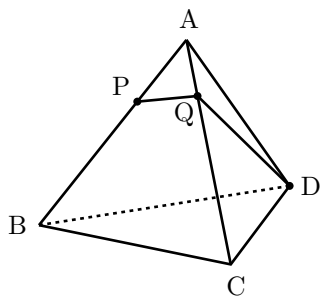
- (2) $BP + PQ + QR$. ただし, R は辺 BD の中点.



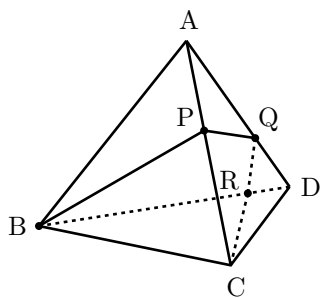
2. 一辺の長さが6の正四面体 ABCD がある. 指示された線分の長さの和の最短距離を求めよ.

(S 級 1 分 35 秒, A 級 2 分 15 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) $PQ + QD$. ただし, $AP : PB = 1 : 2$.



(2) $BP + PQ + QR + RC$.

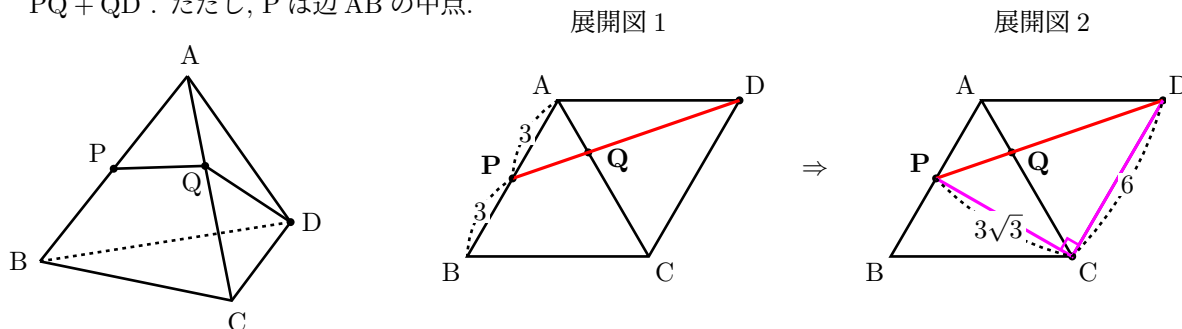


反射テスト 立体 正四面体 表面上の最短距離 01 解答解説

1. 一辺の長さが6の正四面体 ABCD がある. 指示された線分の長さの和の最短距離を求めよ.

(S 級 1 分 25 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) $PQ + QD$. ただし, P は辺 AB の中点.



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線. この問題では, 上の展開図 1 の **赤線**.

正四面体 ABCD で, PQ があるのは面 ABC 上, QD があるのは面 ACD 上である.

この 2 つの面を展開図として描いたのが展開図 1 であり,

P から CD へ垂線を引くと, $AB \parallel DC$ より, その足がちょうど C になる (展開図 2).

$\triangle CBP$ が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形であるから,

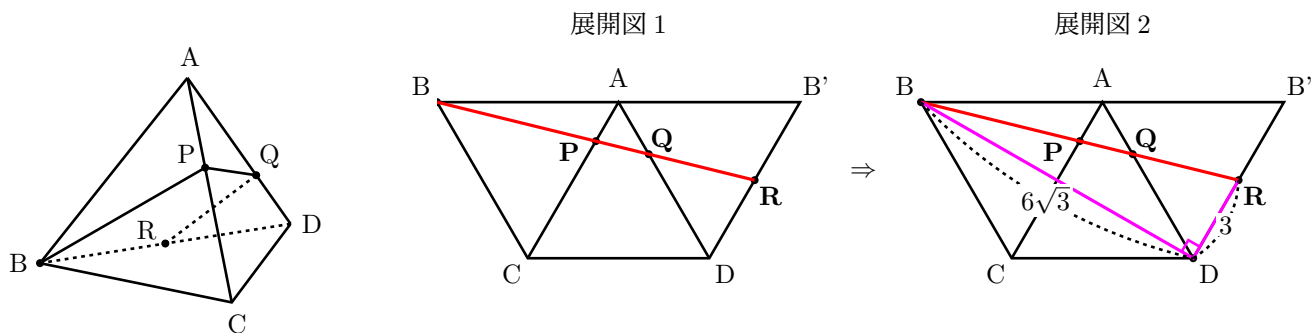
$$PC = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 3\sqrt{3}.$$

三平方の定理を $\triangle PCD$ に適用して,

$$PD = \sqrt{PC^2 + CD^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 6^2} = 3\sqrt{7}.$$

☆別解 P から AD に垂線を引いてもよい.

(2) $BP + PQ + QR$. ただし, R は辺 BD の中点.



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線. この問題では, 上の展開図 1 の **赤線**.

正四面体 ABCD で, BP, PQ, QR があるのは, それぞれ面 ABC, ACD, ADB 上である.

この 3 つの面を展開図として描いたのが展開図 1 であり,

P から DB へ垂線を引くと, その足がちょうど D になる (展開図 2).

$\triangle BCP$ と $\triangle DCP$ が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形であるから,

$$BD = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 6\sqrt{3}.$$

三平方の定理を $\triangle BDR$ に適用して,

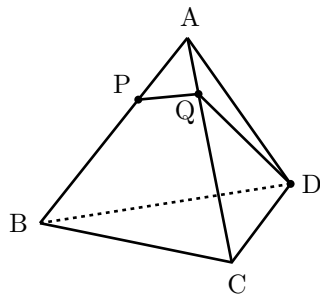
$$BR = \sqrt{BD^2 + DR^2} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 3^2} = 3\sqrt{13}.$$

☆別解 R から AB に垂線を引いてもよい.

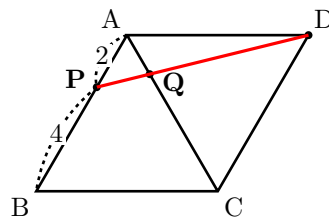
2. 一辺の長さが6の正四面体 ABCD がある. 指示された線分の長さの和の最短距離を求めよ.

(S 級 1 分 35 秒, A 級 2 分 15 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

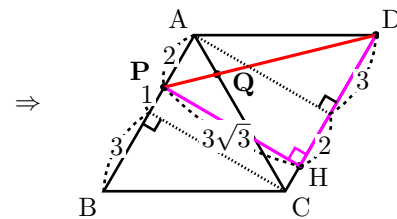
(1) $PQ + QD$. ただし, $AP : PB = 1 : 2$.



展開図 1



展開図 2



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線 . この問題では, 上の展開図 1 の 赤線 .

正四面体 ABCD で, PQ があるのは面 ABC 上, QD があるのは面 ACD 上である.

この 2 つの面を展開図として描いたのが展開図 1 であり,

P から CD へ垂線を引き, その足を H とする (展開図 2) .

PH が正三角形の高さなので,

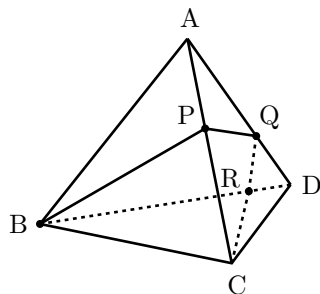
$$PH = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 3\sqrt{3} .$$

三平方の定理を $\triangle PHD$ に適用して,

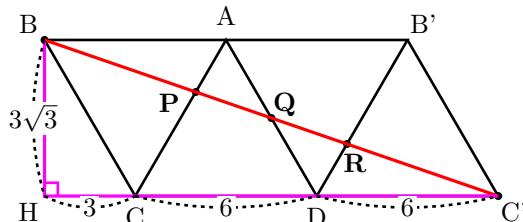
$$PD = \sqrt{PH^2 + DH^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 5^2} = 2\sqrt{13} .$$

☆別解 P から AD に垂線を引いてもよい.

(2) $BP + PQ + QR + RC$.



展開図



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線 . この問題では, 上の展開図の 赤線 BC' .

正四面体 ABCD で, BP, PQ, QR, RC があるのは, それぞれ面 ABC, ACD, ADB, BCD 上である.

この 4 つの面を展開図として描いた. B から CD へ垂線を引き, その足を H とする.

$\triangle BCH$ が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形であるから,

$$BH = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = 3\sqrt{3} .$$

三平方の定理を $\triangle BHC'$ に適用して,

$$BC' = \sqrt{BH^2 + HC'^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3 + 6 + 6)^2} = 6\sqrt{7} .$$

☆別解 B から $B'C'$ に垂線を引いてもよい.