反射テスト　曲線　媒介変数表示と曲線　03　双曲線

1.　次の式で表される点 $\mathrm{P}(x, y)$ の曲線の方程式を求め, 図示せよ.（ S 級 3 分 20 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

$$x = \frac{1+t^2}{2t}\ ,\ y = \frac{1-t^2}{2t}$$

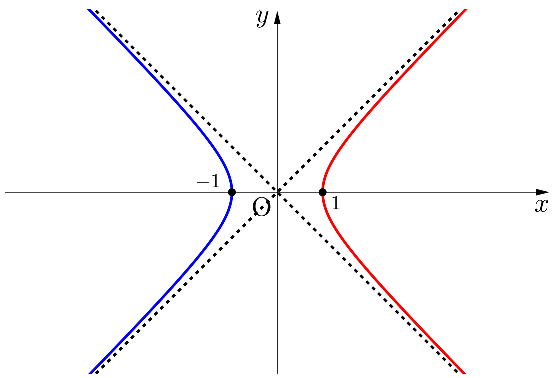
2. 次の式で表される点 $\mathrm{P}(x, y)$ の曲線の方程式を求め, 図示せよ.（ S 級 3 分 40 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

$$x = \frac{1+t^2}{1-t^2}\ ,\ y = \frac{2t}{1-t^2}$$

反射テスト　曲線　媒介変数表示と曲線　03　双曲線　解答解説

1.　次の式で表される点 $\mathrm{P}(x, y)$ の曲線の方程式を求め，図示せよ．（ S 級 3 分 20 秒，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分 ）

$$x = \frac{1+t^2}{2t} \ , \ y = \frac{1-t^2}{2t}$$



式をみると，$t \neq 0$ ．

$$x^2 = \frac{1+2t^2+t^4}{4t^2} \ .$$

$$y^2 = \frac{1-2t^2+t^4}{4t^2} \ .$$

両辺の差をとれば，

$$x^2 - y^2 = 1$$

$t \to -\infty$　のとき，$x = \frac{1}{2t} + \frac{t}{2} \to -\infty$　，$y = \frac{1}{2t} - \frac{t}{2} \to \infty$　← 青線左上
$t \to -0$　のとき，$x = \frac{1}{2t} + \frac{t}{2} \to -\infty$　，$y = \frac{1}{2t} - \frac{t}{2} \to -\infty$　← 青線左下
$t \to +0$　のとき，$x = \frac{1}{2t} + \frac{t}{2} \to \infty$　，$y = \frac{1}{2t} - \frac{t}{2} \to \infty$　← 赤線右上
$t \to \infty$　のとき，$x = \frac{1}{2t} + \frac{t}{2} \to \infty$　，$y = \frac{1}{2t} - \frac{t}{2} \to -\infty$　← 赤線右下

双曲線 $\boldsymbol{x^2 - y^2 = 1}$ ，　漸近線 $\boldsymbol{y = \pm x}$ ．

★ 双曲線の有理媒介変数表示 ①

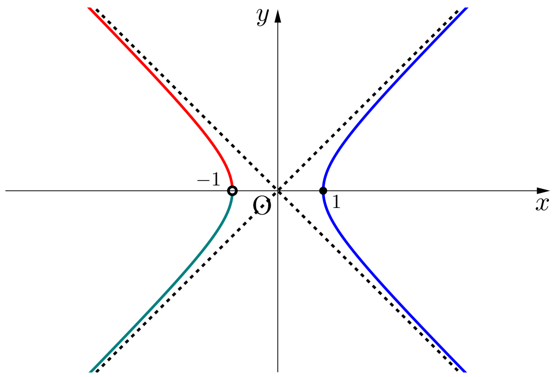
$$x = \frac{1+t^2}{2t} \ , \ y = \frac{1-t^2}{2t}$$

上のグラフ	赤線	青線
t の範囲	$t > 0$	$t < 0$

$t = -1$ のとき，上図青線上の x 切片 $(-1, 0)$ を通る ．
$t = 1$ のとき，上図赤線上の x 切片 $(1, 0)$ を通る ．

2. 次の式で表される点 $\mathrm{P}(x,y)$ の曲線の方程式を求め，図示せよ．（ S 級 3 分 40 秒，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分 ）

$$x=\frac{1+t^2}{1-t^2}\ ,\ y=\frac{2t}{1-t^2}$$



式をみると，$t\neq\pm1$.

$$x^2=\frac{1+2t^2+t^4}{1-2t^2+t^4}\ .$$

$$y^2=\frac{4t^2}{1-2t^2+t^4}\ .$$

両辺の差をとれば，

$$x^2-y^2=1$$

$t\to-\infty$ のとき，$x=\dfrac{\frac{1}{t^2}+1}{\frac{1}{t^2}-1}\to-1$ ，$y=\dfrac{\frac{2}{t}}{\frac{1}{t^2}-1}\to0$ ← 赤線上で $(-1,0)$ へ近づく

$t\to-1-0$ のとき，$x=\dfrac{1}{1-t}\cdot\left(t-1+\dfrac{2}{1+t}\right)\to-\infty$ ，$y\to\infty$ ← 赤線左上

$t\to-1+0$ のとき，$x\to\infty$ ，$y\to-\infty$ ← 青線右下

$t\to1-0$ のとき，$x=\dfrac{1}{1+t}\cdot\left(-t-1+\dfrac{2}{1-t}\right)\to\infty$ ，$y\to\infty$ ← 青線右上

$t\to1+0$ のとき，$x\to-\infty$ ，$y\to-\infty$ ← 緑線左下

$t\to\infty$ のとき，$x=\dfrac{\frac{1}{t^2}+1}{\frac{1}{t^2}-1}\to-1$ ，$y=\dfrac{\frac{2}{t}}{\frac{1}{t^2}-1}\to0$ ← 緑線上で $(-1,0)$ へ近づく

よって，$(-1,0)$ はとれないので除く．

双曲線 $\boldsymbol{x^2-y^2=1}$ 　$\boldsymbol{(x\neq-1)}$ ，　漸近線 $\boldsymbol{y=\pm x}$.

★ 双曲線の有理媒介変数表示 ②

$$x=\frac{1+t^2}{1-t^2}\ ,\ y=\frac{2t}{1-t^2}$$

上のグラフ	赤線	青線	緑線
t の範囲	$t<-1$	$-1<t<1$	$1<t$

$t=0$ のとき，上図青線上の x 切片 $(1,0)$ を通る．