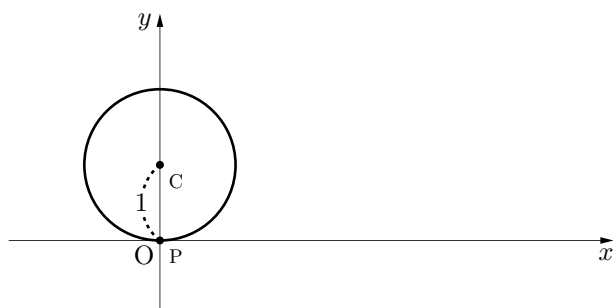


反射テスト 曲線 媒介変数 サイクロイド 01

1. 円がすべらず転がるとき, その周上の点がどんな軌跡をとるか考える.

下図のように, 半径 1 の円 C が, x 軸の正の方向へ, x 軸にそって, すべらず転がる. 最初, 円は原点に接するようにおき, 原点と接している円周上の点を P とする. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

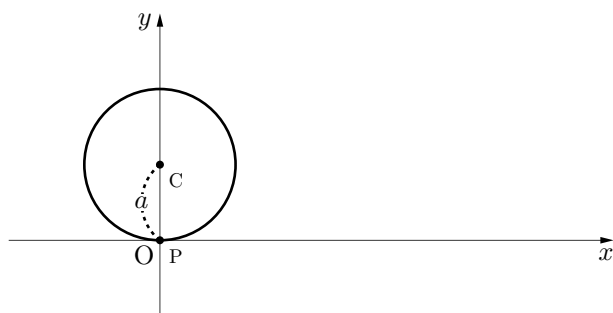
- (1) 円が θ 回転したとき, 円の中心 C の座標を θ で表せ.
- (2) 円が θ 回転したとき, 点 P の x 座標を θ で表せ.
- (3) 円が θ 回転したとき, 点 P の y 座標を θ で表せ.



2. 円がすべらず転がる時、その周上の点がどんな軌跡をとるか考える。

下図のように、半径 a の円 C が、 x 軸の正の方向へ、 x 軸にそって、すべらず転がる。最初、円は原点に接するようにおき、原点と接している円周上の点を P とする。（ S 級 1 分 30 秒、 A 級 2 分、 B 級 3 分、 C 級 4 分）

- (1) 円が θ 回転したとき、円の中心 C の座標を θ で表せ。
- (2) 円が θ 回転したとき、点 P の x 座標を θ で表せ。
- (3) 円が θ 回転したとき、点 P の y 座標を θ で表せ。

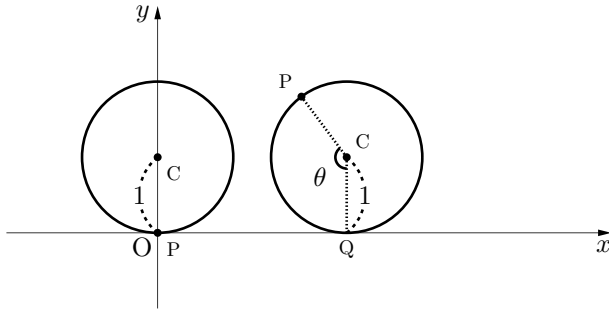


反射テスト 曲線 媒介変数 サイクロイド 01 解答解説

1. 円がすべらず転がるとき、その周上の点がどんな軌跡をとるか考える。

下図のように、半径1の円Cが、 x 軸の正の方向へ、 x 軸にそって、すべらず転がる。最初、円は原点に接するようにおき、原点と接している円周上の点をPとする。(S級1分30秒, A級2分, B級3分, C級5分)

- (1) 円が θ 回転したとき、円の中心Cの座標を θ で表せ。
(2) 円が θ 回転したとき、点Pの x 座標を θ で表せ。
(3) 円が θ 回転したとき、点Pの y 座標を θ で表せ。

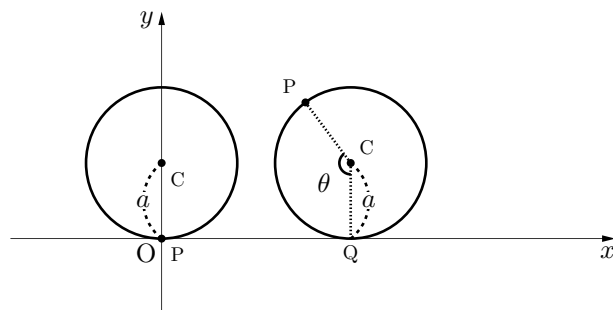


- (1) θ 回転したときの円Cと x 軸との接点をQとする。
すべらず回転したから、 $\widehat{PQ}$ の長さとOQの長さが等しい。
 $OQ = \widehat{PQ} = 1 \cdot \theta = \theta$
よって、Cの座標は、**C(θ , 1)**
- (2) 左図から、Pの x 座標とCの x 座標の差が、 $\sin \theta$ である。
 $x = \theta - \sin \theta$
- (3) 左図から、Pの y 座標とCの y 座標の差が、 $\cos \theta$ である。
 $y = 1 - \cos \theta$

2. 円がすべらず転がる時、その周上の点がどんな軌跡をとるか考える。

下図のように、半径 a の円 C が、 x 軸の正の方向へ、 x 軸にそって、すべらず転がる。最初、円は原点に接するようにおき、原点と接している円周上の点を P とする。（ S 級 1 分 30 秒、 A 級 2 分、 B 級 3 分、 C 級 4 分）

- (1) 円が θ 回転したとき、円の中心 C の座標を θ で表せ。
- (2) 円が θ 回転したとき、点 P の x 座標を θ で表せ。
- (3) 円が θ 回転したとき、点 P の y 座標を θ で表せ。



- (1) θ 回転したときの円 C と x 軸との接点を Q とする。
すべらず回転したから、 $\widehat{PQ}$ の長さと OQ の長さが等しい。
 $OQ = \widehat{PQ} = a \cdot \theta = a\theta$
よって、 C の座標は、 $C(a\theta, a)$

- (2) 左図から、 P の x 座標と C の x 座標の差が、 $a \sin \theta$ である。
 $x = a(\theta - \sin \theta)$

- (3) 左図から、 P の y 座標と C の y 座標の差が、 $a \cos \theta$ である。
 $y = a(1 - \cos \theta)$

★ サイクロイド (英語: *cycloid*)

円 (半径 a) が x 軸に接しながら、すべらず転がる時、円周上の定点 P の軌跡をサイクロイド (左図赤線) という。

$$\text{点 } P \text{ の軌跡の方程式 } \begin{cases} x = a(\theta - \sin \theta) \\ y = a(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

