

## 反射テスト 微分 最大最小 02

1. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ. ( *S* 級 3 分 20 秒, *A* 級 5 分, *B* 級 7 分, *C* 級 10 分 )

$$f(x) = \sin x (1 + \cos x) . \text{ ただし, } 0 \leq x \leq 2\pi .$$

2. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ. ( S 級 3 分 20 秒, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分 )

$$f(x) = \cos x (1 + \sin x) . \text{ ただし, } 0 \leq x \leq 2\pi .$$

## 反射テスト 微分 最大最小 02 解答解説

1. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ. (S級3分20秒, A級5分, B級7分, C級10分)

$$f(x) = \sin x (1 + \cos x). \text{ ただし, } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \cos x (1 + \cos x) + \sin x \cdot (-\sin x) \\ &= \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x + \cos x - 1 \\ &= (\cos x + 1)(2\cos x - 1) \end{aligned}$$

微分係数は, 両方向からの極限值が決定できるときに存在するので,  $0 < x < 2\pi$  において,  $f' = 0$  を考える.

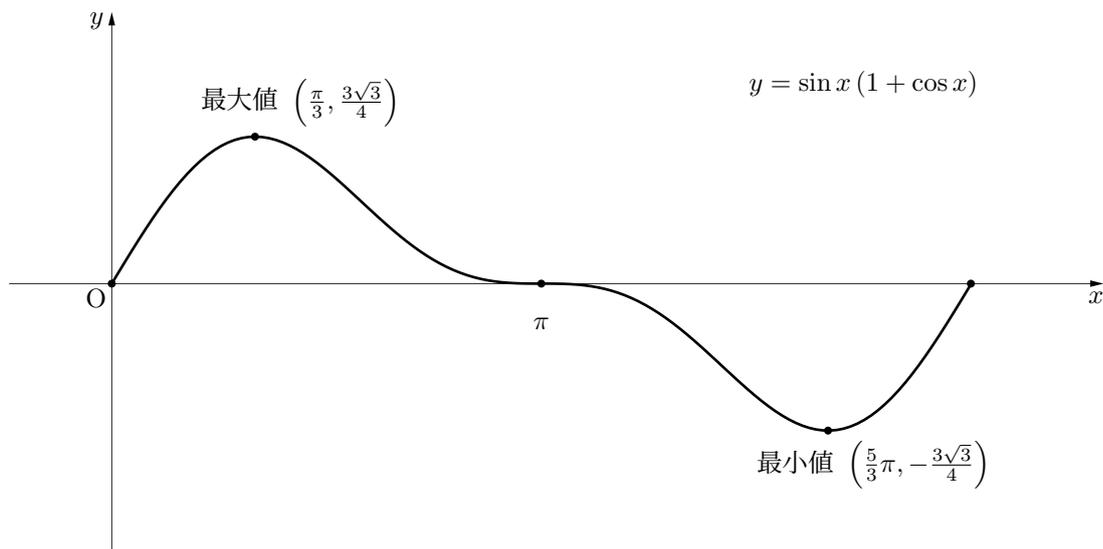
$$\cos x = -1, \frac{1}{2} \text{ となるから, } x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi.$$

|      |   |   |                           |   |       |   |                            |   |        |
|------|---|---|---------------------------|---|-------|---|----------------------------|---|--------|
| $x$  | 0 | ⋯ | $\frac{\pi}{3}$           | ⋯ | $\pi$ | ⋯ | $\frac{5}{3}\pi$           | ⋯ | $2\pi$ |
| $f'$ | / | + | 0                         | - | 0     | - | 0                          | + | /      |
| $f$  | 0 | ↗ | 極大値 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | ↘ | 0     | ↘ | 極小値 $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | ↗ | 0      |

増減表から,

$$f(x) \text{ の最大値は, } f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$f(x) \text{ の最小値は, } f\left(\frac{5}{3}\pi\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}.$$



2. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ. (S級3分20秒, A級5分, B級7分, C級10分)

$$f(x) = \cos x (1 + \sin x). \text{ ただし, } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

$$f'(x) = -\sin x (1 + \sin x) + \cos x \cdot \cos x$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x - \sin x$$

$$= 1 - \sin x - 2\sin^2 x$$

$$= (1 + \sin x)(1 - 2\sin x)$$

微分係数は, 両方向からの極限值が決定できるときに存在するので,  $0 < x < 2\pi$  において,  $f' = 0$  を考える.

$\sin x = -1, \frac{1}{2}$  となるから,  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$ .

|      |   |     |                           |     |                            |     |                  |     |        |
|------|---|-----|---------------------------|-----|----------------------------|-----|------------------|-----|--------|
| $x$  | 0 | ... | $\frac{\pi}{6}$           | ... | $\frac{5}{6}\pi$           | ... | $\frac{3}{2}\pi$ | ... | $2\pi$ |
| $f'$ | / | +   | 0                         | -   | 0                          | +   | 0                | +   | /      |
| $f$  | 1 | /   | 極大値 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | \   | 極小値 $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ | /   | 0                | /   | 1      |

増減表から,

$$f(x) \text{ の最大値は, } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$f(x) \text{ の最小値は, } f\left(\frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

