

反射テスト 微分 グラフ図示 03

1. xy 座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の x 座標も示せ. (S 級 2 分 20 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分)

$$y = x \log x .$$

必要であれば, $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ を用いてよい.

2. xy 座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の x 座標も示せ. (S 級 4 分, A 級 5 分 40 秒, B 級 8 分, C 級 11 分)

$$y = \frac{\log x}{x}.$$

必要であれば, $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log x}{x} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい.

反射テスト 微分 グラフ図示 03 解答解説

1. xy 座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の x 座標も示せ. (S 級 2 分 20 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分)

$$y = x \log x .$$

必要であれば, $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ を用いてよい.

真数条件から, $x > 0$ である. 以下, この範囲で考える.

$$\begin{aligned} y' &= (x)' \cdot \log x + x \cdot (\log x)' \\ &= \log x + x \cdot \frac{1}{x} \qquad \Rightarrow \quad y' = 0 \text{ を解いて, } x = \frac{1}{e} . \\ &= 1 + \log x \end{aligned}$$

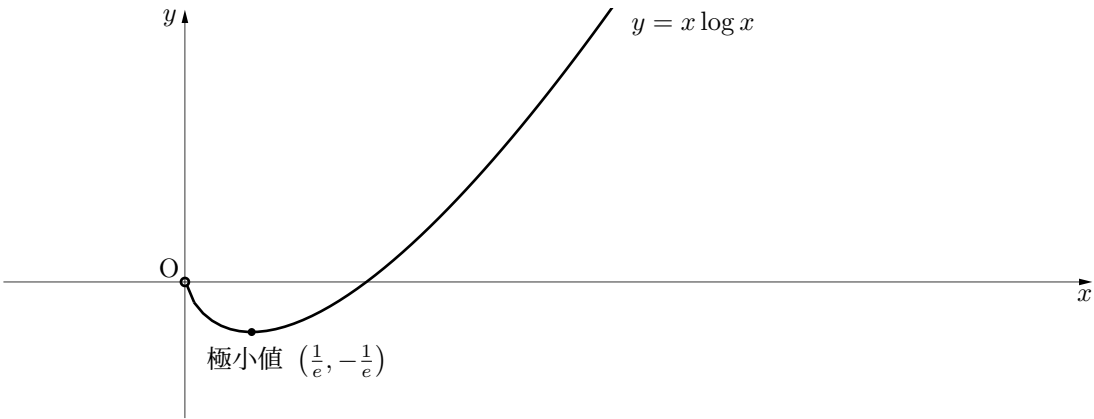
$$y'' = \frac{1}{x} \quad \Rightarrow \quad y'' = 0 \text{ を解いて, } x \text{ は解なし. } x > 0 \text{ の条件で, } y'' \text{ は常に正. 変曲点はない.}$$

x	0	...	$\frac{1}{e}$	...
y'		-	0	+
y''		+	+	+
y			極小値 $-\frac{1}{e}$	

また,

$$\lim_{x \rightarrow +0} y = 0 , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y = \infty .$$

であるから, グラフは下図のようになる.



2. xy 座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の x 座標も示せ. (S 級 4 分, A 級 5 分 40 秒, B 級 8 分, C 級 11 分)

$$y = \frac{\log x}{x}.$$

必要であれば, $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log x}{x} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい.

真数条件から, $x > 0$ である. 以下, この範囲で考える.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(\log x)' \cdot x - \log x \cdot (x)'}{x^2} \\ &= \frac{1 - \log x}{x^2} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad y' = 0 \text{ を解いて, } x = e.$$

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{(1 - \log x)' \cdot x^2 - (1 - \log x) \cdot (x^2)'}{x^4} \\ &= \frac{x(2 \log x - 3)}{x^3} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad y'' = 0 \text{ を解いて, } x = \sqrt{e^3}.$$

x	0	...	e	...	$\sqrt{e^3}$	...
y'	$\diagdown$	+	0	-	-	-
y''	$\diagdown$	-	-	-	0	+
y	$\diagdown$	$\curvearrowright$	極大値 $\frac{1}{e}$	$\curvearrowleft$	変曲点	$\curvearrowright$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\log x}{x} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$$

であるから, グラフは下図のようになる.

