

## 反射テスト 微分 グラフ図示 01

1.  $xy$  座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の  $x$  座標も示せ. (  $S$  級 6 分,  $A$  級 7 分 30 秒,  $B$  級 10 分,  $C$  級 13 分 )

$$y = \frac{x}{x^2 + 1} .$$

2.  $xy$  座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の  $x$  座標も示せ. (  $S$  級 4 分,  $A$  級 5 分 30 秒,  $B$  級 8 分,  $C$  級 11 分 )

$$y = \frac{2x^2}{x^2 + 1} .$$

# 反射テスト 微分 グラフ図示 01 解答解説

1.  $xy$  座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の  $x$  座標も示せ. (  $S$  級 6 分,  $A$  級 7 分 30 秒,  $B$  級 10 分,  $C$  級 13 分 )

$$y = \frac{x}{x^2 + 1} .$$

$$y' = \frac{(x)' \cdot (x^2 + 1) - x \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 1 - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \text{ を解いて, } x = \pm 1 .$$

$$= \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$y'' = \frac{(1 - x^2)' \cdot (x^2 + 1)^2 - (1 - x^2) \cdot \{(x^2 + 1)^2\}'}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{-2x \cdot (x^2 + 1)^2 - (1 - x^2) \cdot 2(x^2 + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^4} \Rightarrow y'' = 0 \text{ を解いて, } x = 0, \pm\sqrt{3} .$$

$$= \frac{-2x(x^2 + 1) - (1 - x^2) \cdot 2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^3}$$

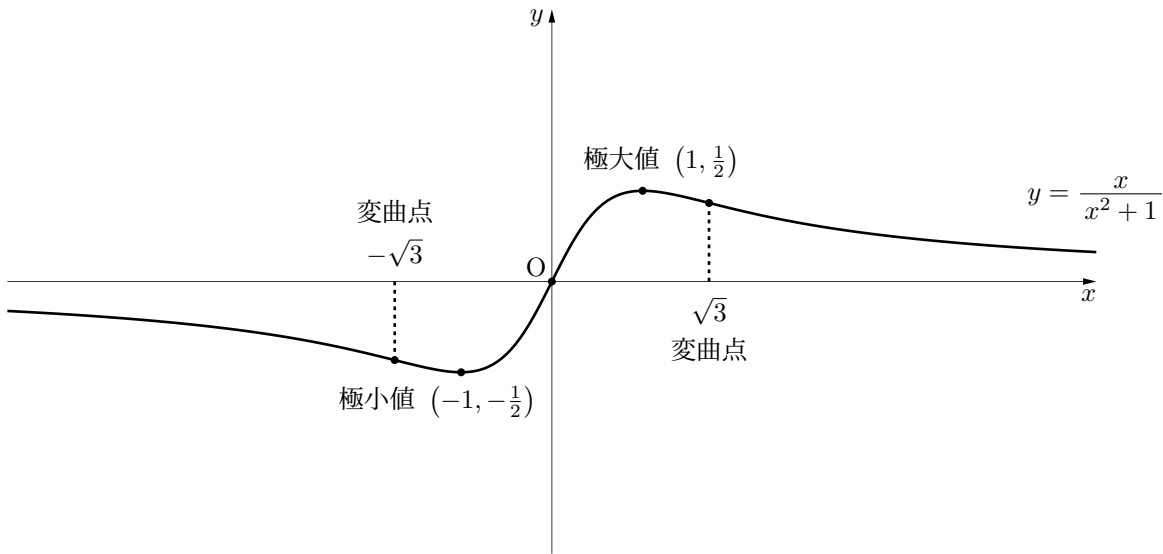
$$= -\frac{2x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}$$

|       |                    |             |                   |                    |                    |     |                   |                   |                    |            |                   |
|-------|--------------------|-------------|-------------------|--------------------|--------------------|-----|-------------------|-------------------|--------------------|------------|-------------------|
| $x$   | $\cdots$           | $-\sqrt{3}$ | $\cdots$          | $-1$               | $\cdots$           | $0$ | $\cdots$          | $1$               | $\cdots$           | $\sqrt{3}$ | $\cdots$          |
| $y'$  | $-$                | $-$         | $-$               | $0$                | $+$                | $+$ | $+$               | $0$               | $-$                | $-$        | $-$               |
| $y''$ | $-$                | $0$         | $+$               | $+$                | $+$                | $0$ | $-$               | $-$               | $-$                | $0$        | $+$               |
| $y$   | $\curvearrowright$ | 変曲点         | $\curvearrowleft$ | 極小値 $-\frac{1}{2}$ | $\curvearrowright$ | 変曲点 | $\curvearrowleft$ | 極大値 $\frac{1}{2}$ | $\curvearrowright$ | 変曲点        | $\curvearrowleft$ |

また,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0 .$$

であるから, グラフは下図のようになる.



2.  $xy$  座標平面に図示せよ. 極値, 変曲点の  $x$  座標も示せ. (  $S$  級 4 分,  $A$  級 5 分 30 秒,  $B$  級 8 分,  $C$  級 11 分 )

$$y = \frac{2x^2}{x^2 + 1}.$$

$$y' = \frac{(2x^2)' \cdot (x^2 + 1) - (2x^2) \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{4x(x^2 + 1) - 2x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \text{ を解いて, } x = 0.$$

$$= \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$y'' = \frac{(4x)' \cdot (x^2 + 1)^2 - 4x \cdot \{(x^2 + 1)^2\}'}{(x^2 + 1)^4}$$

$$= \frac{4 \cdot (x^2 + 1)^2 - 4x \cdot 2(x^2 + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^4} \Rightarrow y' = 0 \text{ を解いて, } x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$= -\frac{12 \left( x + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left( x - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}{(x^2 + 1)^3}$$

$$y = 2 - \frac{2}{x^2 + 1}$$

|       |                    |                       |                   |       |                    |                      |                   |
|-------|--------------------|-----------------------|-------------------|-------|--------------------|----------------------|-------------------|
| $x$   | $\cdots$           | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\cdots$          | 0     | $\cdots$           | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\cdots$          |
| $y'$  | $-$                | $-$                   | $-$               | 0     | $+$                | $+$                  | $+$               |
| $y''$ | $-$                | 0                     | $+$               | $+$   | $+$                | 0                    | $-$               |
| $y$   | $\curvearrowright$ | 変曲点                   | $\curvearrowleft$ | 極小値 0 | $\curvearrowright$ | 変曲点                  | $\curvearrowleft$ |

また,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \frac{2}{x^2 + 1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \frac{2}{x^2 + 1} = 2.$$

であるから, グラフは下図のようになる.

