

反射テスト 数列 逆算 数列の和から一般項 01

1. 一般項 a_n を求めよ. ただし S_n は第 1 項から第 n 項までの和とする. (S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

$$(1) \quad S_n = n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad S_n = n^2 - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

2. 一般項 a_n を求めよ. ただし S_n は第 1 項から第 n 項までの和とする. (S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) $S_n = n^2 - n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(2) $S_n = (n - 1)(n + 2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

反射テスト 数列 逆算 数列の和から一般項 01 解答解説

1. 一般項 a_n を求めよ. ただし S_n は第1項から第 n 項までの和とする. (S 級1分40秒, A 級2分40秒, B 級4分, C 級6分)

★一般項 a_n , 第 n 項までの和 S_n とすれば, $a_n = S_n - S_{n-1}$ ただし $n = 2, 3, 4, \dots$

$n = 1$ をこの式に代入すると, $a_1 = S_1 - S_0$ となるが, S_0 は定義されてないので不適当. 題意から, $a_1 = S_1$ とする.

$$(1) \quad S_n = n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad S_n = n^2 - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$n = 1 \text{ のとき, } a_1 = S_1 = 1^2 = 1$$

$$n = 1 \text{ のとき, } a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$$

$n = 2, 3, 4, \dots$ のとき,

$n = 2, 3, 4, \dots$ のとき,

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 - (n-1)^2$$

$$= (n^2 - 1) - \{(n-1)^2 - 1\}$$

$$= n^2 - (n^2 - 2n + 1)$$

$$= n^2 - 1 - (n^2 - 2n + 1 - 1)$$

$$= n^2 - n^2 + 2n - 1$$

$$= 2n - 1$$

$$= 2n - 1$$

これは $n = 1$ を満たさないで,

これは $n = 1$ のときも満たすので,

$$a_n = 2n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\begin{cases} n = 1 & \text{のとき, } a_1 = 0 \\ n = 2, 3, 4, \dots & \text{のとき, } a_n = 2n - 1 \end{cases}$$

☆見直し

$$S_1 = 1^2 = 1$$

$$a_1 = 2 \times 1 - 1 = 1 \quad \text{O.K.}$$

$$S_2 = 2^2 = 4$$

$$a_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4 \quad \text{O.K.}$$

☆見直し

$$S_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$a_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$a_1 + a_2 = 0 + 3 = 3 \quad \text{O.K.}$$

☆計算のコツ

$$n - (n-1) = 1$$

$$n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1$$

$$n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$$

$$n^4 - (n-1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$$

これらの計算を先にすると早く正確に作業できるだろう.

2. 一般項 a_n を求めよ. ただし S_n は第1項から第 n 項までの和とする. (S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

$$(1) \quad S_n = n^2 - n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad S_n = (n-1)(n+2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$n = 1 \text{ のとき, } a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$$

$$n = 1 \text{ のとき, } a_1 = S_1 = (1-1)(1+2) = 0$$

$n = 2, 3, 4, \dots$ のとき,

$n = 2, 3, 4, \dots$ のとき,

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= n^2 - n - \{(n-1)^2 - (n-1)\}$$

$$= (n-1)(n+2) - (n-2)(n+1)$$

$$= n^2 - n - (n^2 - 2n + 1) + (n-1)$$

$$= n^2 + n - 2 - (n^2 - n - 2)$$

$$= n^2 - n - n^2 + 2n - 1 + n - 1$$

$$= 2n$$

$$= 2n - 2$$

これは $n = 1$ を満たさないので,

これは $n = 1$ のときも満たすので,

$$a_n = 2n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\begin{cases} n = 1 & \text{のとき, } a_1 = 0 \\ n = 2, 3, 4, \dots & \text{のとき, } a_n = 2n \end{cases}$$

☆見直し

$$S_1 = 1^2 - 1 = 0$$

$$a_1 = 2 \times 1 - 2 = 0 \quad \text{O.K.}$$

$$S_2 = 2^2 - 2 = 2$$

$$a_2 = 2 \times 2 - 2 = 2$$

$$a_1 + a_2 = 0 + 2 = 2 \quad \text{O.K.}$$

☆見直し

$$S_2 = (2-1)(2+2) = 4$$

$$a_2 = 2 \times 2 = 4$$

$$a_1 + a_2 = 0 + 4 = 4 \quad \text{O.K.}$$