

反射テスト 統計 共分散・相関係数 01

1. 下の表から, 指定された値を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

x	1	2	3
y	10	20	30

- (1) x の分散 (2) y の分散 (3) x, y の共分散 (4) x, y の相関係数

2. 下の表から，指定された値を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

x	4	5	6
y	30	20	10

- (1) x の分散 (2) y の分散 (3) x, y の共分散 (4) x, y の相関係数

反射テスト 統計 共分散・相関係数 01 解答解説

1. 下の表から、指定された値を求めよ。(S級1分20秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

x	1	2	3
y	10	20	30

- (1) x の分散 (2) y の分散 (3) x, y の共分散 (4) x, y の相関係数

★ 偏差 平均との差 $x_n - \bar{x}$

★ 分散 偏差の2乗の平均

$$\text{公式 1} \quad s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \quad \text{公式 2} \quad s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2$$

どちらの公式を用いても値は同じ. 求めやすい方を使おう.

平均の表記をオーバーラインで表せば, 公式2は $\overline{x^2} - \bar{x}^2$ と覚えやすい形で書ける.

★ 標準偏差 分散の正の平方根 s_x のことを 標準偏差 という.

★ 偏差値 $50 + \frac{x_n - \bar{x}}{s_x} \times 10$

★ 共分散 偏差の積の平均 公式 $s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$

★ 相関係数 $\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$

x を順に x_1, x_2, x_3 , y も順に y_1, y_2, y_3 とする.

また, $x \cdot y$ の平均をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$, x, y の標準偏差をそれぞれ s_x, s_y , x, y の共分散を s_{xy} とする.

★ 統計は表 作業しやすい. センター試験などでも心がけよう.

n	1	2	3	和	平均
x_n	1	2	3	6	2
$x_n - \bar{x}$	-1	0	1	0	0
$(x_n - \bar{x})^2$	1	0	1	2	2/3
y_n	10	20	30	60	20
$y_n - \bar{y}$	-10	0	10	0	0
$(y_n - \bar{y})^2$	100	0	100	200	200/3
$(x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})$	10	0	10	20	20/3

以上から, (1) x の分散 $s_x^2 = \frac{2}{3}$ (2) y の分散 $s_y^2 = \frac{200}{3}$ (3) x, y の共分散 $s_{xy} = \frac{20}{3}$

x, y の標準偏差はそれぞれ, $s_x = \sqrt{\frac{2}{3}}$ $s_y = \sqrt{\frac{200}{3}}$

相関係数は, $\frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\frac{20}{3}}{\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{200}{3}}} = 1 \quad \cdots(4)$

☆ 相関係数 最大値は1である. 上は相関係数が最大値1をとる一例.

☆ 正の相関関係...相関係数が正. 「 x が大きい $\Leftrightarrow y$ も大きい」 & 「 x が小さい $\Leftrightarrow y$ も小さい」ことが多いということ.

2. 下の表から、指定された値を求めよ。(S級1分20秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

x	4	5	6
y	30	20	10

- (1) x の分散 (2) y の分散 (3) x, y の共分散 (4) x, y の相関係数

★ 偏差 平均との差 $x_n - \bar{x}$

★ 分散 偏差の2乗の平均

$$\text{公式 1} \quad s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \quad \text{公式 2} \quad s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - \bar{x}^2$$

どちらの公式を用いても値は同じ。求めやすい方を使おう。

平均の表記をオーバーラインで表せば、公式2は $\overline{x^2} - \bar{x}^2$ と覚えやすい形で書ける。

★ 標準偏差 分散の正の平方根 s_x のことを 標準偏差 という。

$$\text{★ 偏差値} \quad 50 + \frac{x_n - \bar{x}}{s_x} \times 10$$

$$\text{★ 共分散} \quad \text{偏差の積の平均} \quad \text{公式} \quad s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$$

$$\text{★ 相関係数} \quad \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

x を順に x_1, x_2, x_3 , y も順に y_1, y_2, y_3 とする。

また、 $x \cdot y$ の平均をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$, x, y の標準偏差をそれぞれ s_x, s_y , x, y の共分散を s_{xy} とする。

★ 統計は表 作業しやすい。センター試験などでも心がけよう。

n	1	2	3	和	平均
x_n	4	5	6	15	5
$x_n - \bar{x}$	-1	0	1	0	0
$(x_n - \bar{x})^2$	1	0	1	2	2/3
y_n	30	20	10	60	20
$y_n - \bar{y}$	10	0	-10	0	0
$(y_n - \bar{y})^2$	100	0	100	200	200/3
$(x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})$	-10	0	-10	-20	-20/3

$$\text{以上から,} \quad (1) x \text{ の分散 } s_x^2 = \frac{2}{3} \quad (2) y \text{ の分散 } s_y^2 = \frac{200}{3} \quad (3) x, y \text{ の共分散 } s_{xy} = -\frac{20}{3}$$

$$x, y \text{ の標準偏差はそれぞれ,} \quad s_x = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad s_y = \sqrt{\frac{200}{3}}$$

$$\text{相関係数は,} \quad \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{-\frac{20}{3}}{\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{200}{3}}} = -1 \quad \cdots (4)$$

☆ 相関係数 最小値は-1である。上は相関係数が最小値-1をとる一例。

☆ 負の相関関係…相関係数が負。「 x が大きい $\Leftrightarrow y$ は小さい」& 「 x が小さい $\Leftrightarrow y$ は大きい」ことが多いということ。

☆ 相関係数のイメージのまとめ

相関係数は-1から1までの実数値をとり、1に近いほど正の相関関係が強く、-1に近いほど負の相関関係が強い。

また0に近いときは相関関係は弱い。