

反射テスト 2次方程式 判別式と実数解個数の関係 01

1. 次の2次方程式が条件を満たすような t の値の範囲を求めよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) $x^2 - 6x + t = 0$

条件: 実数解を2つもつ.

(2) $2x^2 + x - t = 0$

条件: 実数解を1つだけもつ.

(3) $2x^2 + 4x + t = 0$

条件: 実数解をもたない.

(4) $3x^2 - 6x - t - 2 = 0$

条件: 実数解をもつ.

2. 次の2次方程式が条件を満たすような t の値の範囲を求めよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) $x^2 + 10x + 2t = 0$

条件: 実数解を2つもつ.

(2) $3x^2 - x - t = 0$

条件: 実数解を1つだけもつ.

(3) $4x^2 - 2x + t = 0$

条件: 実数解をもたない.

(4) $2x^2 - 6x - t + 3 = 0$

条件: 実数解をもつ.

反射テスト 2次方程式 判別式と実数解個数の関係 01 解答解説

1. 次の2次方程式が条件を満たすような t の値の範囲を求めよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分, C級4分)

★判別式

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式 D は, $D = b^2 - 4ac$ である.

$D > 0$ ならば, 元の2次方程式は, **異なる実数解を2つもつ.**

$D = 0$ ならば, 元の2次方程式は, **実数解を1つもつ. (重解)**

$D < 0$ ならば, 元の2次方程式は, **実数解をもたない.**

★判別式の偶数公式

2次方程式 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ の判別式 $D/4$ は, $D/4 = b'^2 - ac$ である.

判別式にも, b が偶数の場合のときは, 偶数公式を用いたほうが計算が易しい.

(1) $x^2 - 6x + t = 0$

条件: 実数解を2つもつ.

$$\begin{aligned} D &= (-6)^2 - 4 \times 1 \times t \\ &= 36 - 4t \end{aligned}$$

条件から, $D > 0$ だから,

$$36 - 4t > 0$$

$$\Leftrightarrow t < 9$$

(2) $2x^2 + x - t = 0$

条件: 実数解を1つだけもつ.

$$\begin{aligned} D &= (+1)^2 - 4 \times 2 \times (-t) \\ &= 1 + 8t \end{aligned}$$

条件から, $D = 0$ だから,

$$1 + 8t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{8}$$

(3) $2x^2 + 4x + t = 0$

条件: 実数解をもたない.

$$\begin{aligned} D &= (+4)^2 - 4 \times 2 \times t \\ &= 16 - 8t \end{aligned}$$

条件から, $D < 0$ だから,

$$16 - 8t < 0$$

$$\Leftrightarrow t > 2$$

(4) $3x^2 - 6x - t - 2 = 0$

条件: 実数解をもつ.

$$\begin{aligned} D &= (-6)^2 - 4 \times 3 \times (-t - 2) \\ &= 36 - 12(-t - 2) \\ &= 12t + 60 \end{aligned}$$

条件から, $D \geq 0$ だから,

$$12t + 60 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t \geq -5$$

2. 次の2次方程式が条件を満たすような t の値の範囲を求めよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) $x^2 + 10x + 2t = 0$
条件: 実数解を2つもつ.

$$\begin{aligned} D &= (+10)^2 - 4 \times 1 \times 2t \\ &= 100 - 8t \end{aligned}$$

条件から, $D > 0$ だから,

$$100 - 8t > 0$$

$$\Leftrightarrow t < \frac{25}{2}$$

(2) $3x^2 - x - t = 0$
条件: 実数解を1つだけもつ.

$$\begin{aligned} D &= (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-t) \\ &= 1 + 12t \end{aligned}$$

条件から, $D = 0$ だから,

$$1 + 12t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{12}$$

(3) $4x^2 - 2x + t = 0$
条件: 実数解をもたない.

$$\begin{aligned} D &= (-2)^2 - 4 \times 4 \times t \\ &= 4 - 16t \end{aligned}$$

条件から, $D < 0$ だから,

$$4 - 16t < 0$$

$$\Leftrightarrow t > \frac{1}{4}$$

(4) $2x^2 - 6x - t + 3 = 0$
条件: 実数解をもつ.

$$\begin{aligned} D &= (-6)^2 - 4 \times 2 \times (-t + 3) \\ &= 36 - 8(-t + 3) \\ &= 8t + 12 \end{aligned}$$

条件から, $D \geq 0$ だから,

$$8t + 12 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow t \geq -\frac{3}{2}$$