

反射テスト 2次方程式 重解の条件 01

1. 次の2次方程式が重解をもつときの t の値と, その重解を求めよ. (S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 5 分 30 秒)

(1) $x^2 - 8x + t = 0$

(2) $x^2 + 2x + t - 1 = 0$

(3) $x^2 + tx + 4 = 0$

(4) $x^2 + tx + t = 0$

2. 次の2次方程式が重解をもつときの t の値と、その重解を求めよ. (S 級 1 分 55 秒, A 級 2 分 50 秒, B 級 4 分, C 級 5 分 30 秒)

(1) $2x^2 + x - t = 0$

(2) $x^2 + 6x - t + 3 = 0$

(3) $3x^2 + (t + 1)x + 3 = 0$

(4) $2x^2 - tx - t = 0$

反射テスト 2次方程式 重解の条件 01 解答解説

1. 次の2次方程式が重解をもつときの t の値と、その重解を求めよ。(S級1分45秒, A級2分40秒, B級4分, C級5分30秒)

★判別式

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式 D は, $D = b^2 - 4ac$ である.

$D = 0$ ならば, 元の2次方程式は, **実数解を1つもつ**. (重解)

$$(1) \quad x^2 - 8x + t = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (-8)^2 - 4 \times 1 \times t \\ &= 64 - 4t \end{aligned}$$

重解をもつのは, 判別式 $D = 0$ のときだから,

$$\begin{aligned} 64 - 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= 16 \end{aligned}$$

このとき, $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

$t = 16$ のとき, 重解 $x = 4$ をもつ.

$$(2) \quad x^2 + 2x + t - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (+2)^2 - 4 \times 1 \times (t - 1) \\ &= 8 - 4t \end{aligned}$$

重解をもつのは, 判別式 $D = 0$ のときだから,

$$\begin{aligned} 8 - 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= 2 \end{aligned}$$

このとき, $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

$t = 2$ のとき, 重解 $x = -1$ をもつ.

$$(3) \quad x^2 + tx + 4 = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (+t)^2 - 4 \times 1 \times 4 \\ &= t^2 - 16 \end{aligned}$$

重解をもつのは, 判別式 $D = 0$ のときだから,

$$\begin{aligned} t^2 - 16 &= 0 \\ \Leftrightarrow t^2 &= 16 \\ \Leftrightarrow t &= \pm 4 \end{aligned}$$

$t = -4$ のとき, $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$t = 4$ のとき, $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

$t = -4$ のとき, 重解 $x = 2$ をもつ.

$t = 4$ のとき, 重解 $x = -2$ をもつ.

$$(4) \quad x^2 + tx + t = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (+t)^2 - 4 \times 1 \times (+t) \\ &= t^2 - 4t \end{aligned}$$

重解をもつのは, 判別式 $D = 0$ のときだから,

$$\begin{aligned} t^2 - 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow t(t - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= 0, 4 \end{aligned}$$

$t = 0$ のとき, $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$t = 4$ のとき, $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

$t = 0$ のとき, 重解 $x = 0$ をもつ.

$t = 4$ のとき, 重解 $x = -2$ をもつ.

2. 次の2次方程式が重解をもつときの t の値と、その重解を求めよ。(S級1分55秒, A級2分50秒, B級4分, C級5分30秒)

(1) $2x^2 + x - t = 0$

$$\begin{aligned} D &= (+1)^2 - 4 \times 2 \times (-t) \\ &= 1 + 8t \end{aligned}$$

重解をもつのは、判別式 $D = 0$ のときだから、

$$\begin{aligned} 1 + 8t &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$\text{このとき, } 2x^2 + 1x + \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$t = -\frac{1}{8}$ のとき、重解 $x = -\frac{1}{4}$ をもつ.

(2) $x^2 + 6x - t + 3 = 0$

$$\begin{aligned} D &= (+6)^2 - 4 \times 1 \times (-t + 3) \\ &= 24 + 4t \end{aligned}$$

重解をもつのは、判別式 $D = 0$ のときだから、

$$\begin{aligned} 24 + 4t &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -6 \end{aligned}$$

$$\text{このとき, } x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

$t = -6$ のとき、重解 $x = -3$ をもつ.

(3) $3x^2 + (t+1)x + 3 = 0$

$$\begin{aligned} D &= (t+1)^2 - 4 \times 3 \times 3 \\ &= t^2 + 2t - 35 \end{aligned}$$

重解をもつのは、判別式 $D = 0$ のときだから、

$$\begin{aligned} t^2 + 2t - 35 &= 0 \\ \Leftrightarrow (t+7)(t-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -7, 5 \end{aligned}$$

$$t = -7 \text{ のとき, } 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$t = 5 \text{ のとき, } 3x^2 + 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$t = -7$ のとき、重解 $x = 1$ をもつ.

$t = 5$ のとき、重解 $x = -1$ をもつ.

(4) $2x^2 - tx - t = 0$

$$\begin{aligned} D &= (-t)^2 - 4 \times 2 \times (-t) \\ &= t^2 + 8t \end{aligned}$$

重解をもつのは、判別式 $D = 0$ のときだから、

$$\begin{aligned} t^2 + 8t &= 0 \\ \Leftrightarrow t(t+8) &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -8, 0 \end{aligned}$$

$$t = -8 \text{ のとき, } 2x^2 + 8x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$t = 0 \text{ のとき, } 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$t = -8$ のとき、重解 $x = -2$ をもつ.

$t = 0$ のとき、重解 $x = 0$ をもつ.